

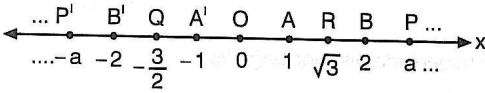
Noktanın Analitiği

Koordinat Sistemi:

Reel sayılar kümesinin elemanları ile bir doğrunun noktaları bire bir eşlenir.

Her reel sayıya doğru üzerinde bir nokta, doğrunun her noktasına da bir reel sayı karşılık gelir.

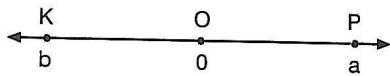
Bu biçimde reel sayılarla bire bir eşlenmiş doğrulara **sayı doğrusu** (sayı eksenini) denir.



Şekildeki Ox doğrusunda, O noktasını başlangıç noktası olarak kabul edelim.

Başlangıç noktasının her iki tarafından 1 birim uzaklıktaki A noktasını 1, A' noktasını (-1) ve 2 birim uzaklıktaki B noktasını 2, B' noktasını da (-2) reel sayısı ile eşleyip bu işleme devam edelim. P noktasını a reel sayısı ve P' noktasını (-a) ile eşleyerek sayı doğrusunu oluşturabiliriz. Sayı doğrusu üzerindeki bu noktalara karşılık gelen sayılara, **noktaların koordinatı** denir ve A(1), B(2), ..., P(a), ... olarak ifade edilir.

OA yarı doğrusu üzerindeki noktaların koordinatları pozitif, OA' yarı doğrusu üzerindeki noktaların koordinatları ise negatif reel sayılardır.



Sayı doğrusu üzerindeki P noktasının koordinatı a ise $|OP|=a$, K noktasının koordinatı b ise $|OK|=|b|$ dir.

Bu iki nokta arasındaki uzaklık; $|PK|=|a-b|=|b-a|$ dir.

ÖRNEK:

A(-3) ve B(4) noktaları veriliyor.

Buna göre, **|AB| yi bulunuz.**

ÇÖZÜM:

$$|AB| = |-3-4| = |-7| = 7 \text{ birim olur.}$$

ÖRNEK:

A(2) ve B(x) olmak üzere, $|AB|=5$ br

olduğuna göre, **x in alacağı değerleri bulunuz.**

ÇÖZÜM:

$$|AB|=5 \text{ br ise } |x-2|=5$$

$$x-2=5 \text{ veya } x-2=-5$$

$$x=7 \text{ veya } x=-3 \text{ tür.}$$

ÖRNEK:

A(x-4) ve B(6-x) olmak üzere, $|AB|=10$ br

olduğuna göre, **x in alacağı değerleri bulunuz.**

ÇÖZÜM:

$$|AB|=10 \text{ br ise } |6-x-(x-4)|=10$$

$$|6-x-x+4|=10$$

$$|10-2x|=10$$

$$10-2x=10 \text{ veya } 10-2x=-10$$

$$x=0 \text{ veya } x=10 \text{ dur.}$$

NOKTANIN ANALİTİĞİ

Dik Koordinat Sistemi

Başlangıç noktasında birbirine dik olan iki sayı doğrusunun oluşturduğu sisteme **dik koordinat sistemi** denir.

x'e yatay eksen (apsisler eksen),

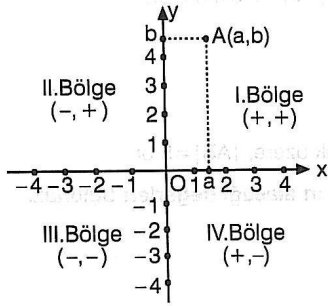
y'ye düşey eksen (ordinatlar eksen),

O noktasına **başlangıç noktası (orijin)** ve dik koordinat sisteminin belirttiği düzleme ise **analitik düzlem** denir.

Analitik düzlemdeki her noktaya $\mathcal{R} \times \mathcal{R}$ kümesinin bir elemanı, $\mathcal{R} \times \mathcal{R}$ kümesinin elemanına da düzlemde bir nokta karşılık gelir.

$(a, b) \in \mathcal{R} \times \mathcal{R}$ ikilisine, x eksenine apsisi a olan noktadan çıkan dikme ile y eksenine ordinatı b olan noktadan çıkan dikmelerin kesim noktası karşılık gelir. Bu nokta A(a, b) ile gösterilir.

Koordinat sistemi analitik düzlemi dört bölgeye ayırır.

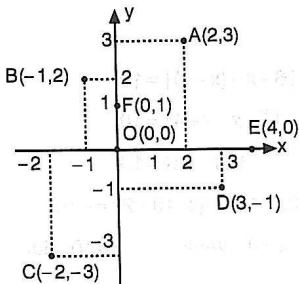


ÖRNEK:

A(2, 3), B(-1, 2), C(-2, -3)

D(3, -1), E(4, 0), F(0, 1), O(0, 0)

noktalarını analitik düzlemde gösterelim.



ÖRNEK:

A(-a, b) noktası analitik düzlemin IV. bölgesinde olduğuna göre, B(a+b, a.b) noktası analitik düzlemin hangi bölgesindedir?

ÇÖZÜM:

A noktası IV. bölgede ise $-a > 0$, $a < 0$, $b < 0$ dir.

$a+b < 0$ ve $a.b > 0$ ise B noktası II. bölgede bulunur.

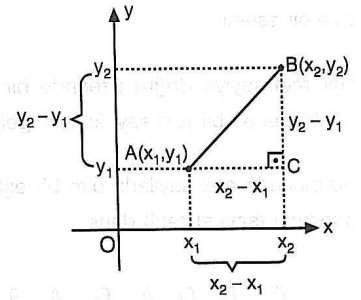
İki Nokta Arasındaki Uzaklık

A(x₁, y₁)

B(x₂, y₂)

|AC| = x₂ - x₁

|BC| = y₂ - y₁



ABC dik üçgeninde pisagor bağıntısı

$$|AB|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

olduğundan A(x₁, y₁) ve B(x₂, y₂) noktaları arasındaki uzaklık:

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ÖRNEK:

Analitik düzlemde, A(-1, -2) ve B(2, 4) noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) $4\sqrt{2}$ B) 6 C) $2\sqrt{10}$ D) $3\sqrt{5}$ E) $4\sqrt{3}$

ÇÖZÜM:

$$|AB| = \sqrt{(2 + 1)^2 + (4 + 2)^2} = 3\sqrt{5} \text{ birimdir.}$$

(Cevap D)

NOKTANIN ANALİTİĞİ

ÖRNEK:

Analitik düzlemde, $A(4, 3)$, $B(-2, k)$, $|AB|=10$ birim olduğuna göre, k nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 6 C) 5 D) -5 E) -6

ÇÖZÜM:

$$|AB| = \sqrt{(-2-4)^2 + (k-3)^2}$$

$$10 = \sqrt{36 + (k-3)^2}$$

$$100 = 36 + (k-3)^2$$

$$64 = (k-3)^2$$

$$k-3 = \pm 8 \text{ ise } k=11 \text{ veya } k=-5$$

k nin alacağı değerler toplamı: $11 + (-5) = 6$ dir.

(Cevap B)

ÖRNEK:

Analitik düzlemde, $A(2, 3)$ ve $B(-1, 6)$ noktalarına eşit uzaklıkta ve x ekseninde bulunan noktanın apsisi kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) 3 E) 4

ÇÖZÜM:

x ekseninde bulunan nokta $K(x, 0)$ olsun.

$$|KA| = |KB|$$

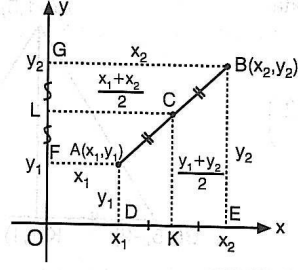
$$\sqrt{(x-2)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{(x+1)^2 + (0-6)^2}$$

$$x^2 - 4x + 4 + 9 = x^2 + 2x + 1 + 36$$

$$x = -4 \text{ tür.}$$

(Cevap A)

Bir Doğru Parçasının Orta Noktası



$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ve $[AB]$ nin orta noktası C ise

$GFAB$ yamuğunda $[LC]$ orta taban

$$|LC| = |OK| = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$BADE$ yamuğunda $[CK]$ orta taban

$$|CK| = |LO| = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

A ve B noktalarının orta noktası; $C\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

ÖRNEK:

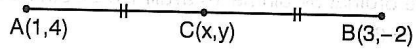
Analitik düzlemde, $A(1, 4)$, $B(3, -2)$ olmak üzere,

$[AB]$ nin orta noktası $C(x, y)$ olduğuna göre,

$x - y$ farkı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

ÇÖZÜM:



$$x = \frac{1+3}{2} = 2, \quad y = \frac{4-2}{2} = 1$$

Buna göre, $x - y = 2 - 1 = 1$ dir.

(Cevap C)

ÖRNEK:

Analitik düzlemde, köşeleri $A(-1, 5)$, $B(-5, -2)$ ve $C(7, 4)$ noktaları olan ABC üçgeninin $[BC]$ kenarına ait kenarortay uzunluğu kaç br dir?

- A) 4 B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{6}$ E) 5

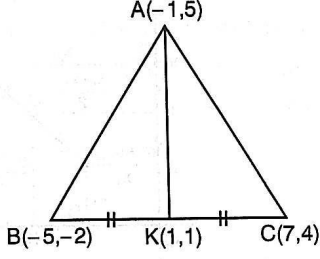
NOKTANIN ANALİTİĞİ

ÇÖZÜM:

[BC] nin orta noktası K olsun.

$$K\left(\frac{-5+7}{2}, \frac{-2+4}{2}\right)$$

$K(1, 1)$

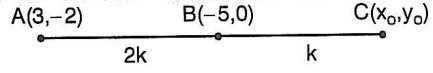


$$|AK| = \sqrt{(1+1)^2 + (1-5)^2} = 2\sqrt{5} \text{ br dir.}$$

(Cevap C)

ÇÖZÜM:

$|BC|=k$, $|AB|=2k$, $C(x_0, y_0)$ olsun.



A dan B ye apsis $2k$ birime 8 azalır ise k birime 4 azalır.
 $x_0 = -5 - 4 = -9$

A dan B ye ordinat $2k$ birime 2 artar ise k birime 1 artar.
 $y_0 = 0 + 1 = 1$

Buna göre, $C(-9, 1)$ dir.

(Cevap A)

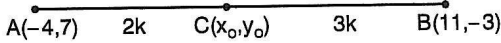
ÖRNEK:

Analitik düzlemde, $A(-4, 7)$, $B(11, -3)$ olmak üzere, [AB] doğru parçasını $\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{2}{3}$ oranında içten bölen C noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2, 4) B) (2, 3) C) (2, 2) D) (1, 3) E) (-1, 3)

ÇÖZÜM:

$|AC|=2k$, $|BC|=3k$, $C(x_0, y_0)$ olsun.



A dan B ye apsis $5k$ birime 15 artar ise $2k$ birime 6 artar.
 $x_0 = -4 + 6 = 2$

A dan B ye ordinat $5k$ birime 10 azalır ise $2k$ birime 4 azalır.
 $y_0 = 7 - 4 = 3$

Buna göre, $C(2, 3)$ tür.

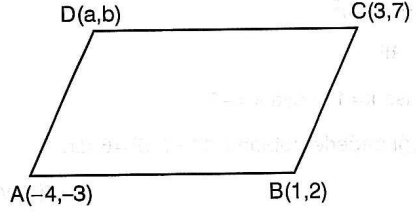
(Cevap B)

ÖRNEK:

Analitik düzlemde, $A(3, -2)$, $B(-5, 0)$ olmak üzere, [AB] doğru parçasını $\frac{|AC|}{|BC|} = 3$ oranında dıştan bölen C noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (-9, 1) B) (-9, 2) C) (-8, 2)
 D) (-8, 1) E) (-6, 1)

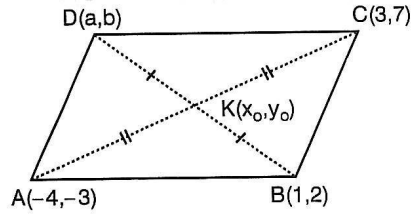
ÖRNEK:



Analitik düzlemde, köşe koordinatları $A(-4, -3)$, $B(1, 2)$, $C(3, 7)$, $D(a, b)$ olan ABCD paralelkenarında $a+b$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

ÇÖZÜM:



[AC] ve [BD] köşegenlerinin kesim noktası $K(x_0, y_0)$ olsun.

$|AK|=|KC|$ ve $|BK|=|KD|$ ise

$$x_0 = \frac{-4+3}{2} = \frac{a+1}{2}, \quad -4+3=a+1, \quad a=-2$$

$$y_0 = \frac{-3+7}{2} = \frac{b+2}{2}, \quad -3+7=b+2, \quad b=2$$

Buna göre, $a+b=-2+2=0$ dir.

(Cevap C)

NOKTANIN ANALİTİĞİ

Köşelerinin Koordinatları Verilen Üçgenel

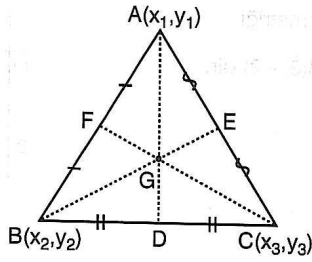
Bölgenin Ağırlık Merkezi ve Alanı

$$A(x_1, y_1)$$

$$B(x_2, y_2)$$

$$C(x_3, y_3)$$

noktaları ABC üçgeninin köşeleri, G ise ABC üçgenel bölgesinin ağırlık merkezi olsun.



- Ağırlık merkezinin koordinatları

$$G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

- ABC üçgenel bölgesinin alanı bulunurken üçgenin köşe koordinatları alt alta yazılarak, ilk yazılan koordinat tekrar yazılır. Yazılan değerler sağa ve sola doğru çarpılarak kendi aralarında toplanır. Bulunan sonuçların farkının mutlak değerinin yarısı alınarak üçgenin alanı bulunur.

$$\begin{array}{r} x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1 \\ x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2 \\ x_3 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_3 \\ \hline L \end{array} \quad \begin{array}{r} x_1 \cdot y_2 \\ x_2 \cdot y_3 \\ x_3 \cdot y_1 \\ \hline K \end{array}$$

$$\text{Alan}(ABC) = \frac{|K - L|}{2}$$

ÖRNEK:

Analitik düzlemde, köşe koordinatları $A(1, 1)$, $B(3, -1)$, $C(2, -3)$ olan ABC üçgenel bölgesinin ağırlık merkezinin koordinatlarını ve alanını bulunuz.

ÇÖZÜM:

Ağırlık merkezinin koordinatları

$$G\left(\frac{1+3+2}{3}, \frac{1-1-3}{3}\right) = G(2, -1) \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{r} 1 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) \\ 3 \cdot (-3) - 2 \cdot (-1) \\ 2 \cdot (-1) - 1 \cdot (-3) \\ \hline L \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \cdot 1 \\ 3 \cdot (-1) \\ 2 \cdot (-3) \\ \hline K \end{array}$$

$$\text{Alan}(ABC) = \frac{|-8 + 2|}{2} = 3 \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

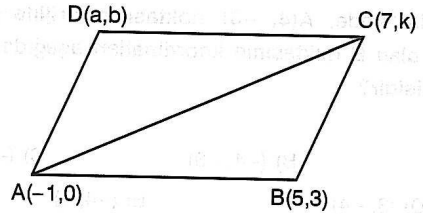
ÖRNEK:

Analitik düzlemde, köşe koordinatları $A(-1, 0)$, $B(5, 3)$, $C(7, k)$, $D(a, b)$ olan ABCD paralelkenarı veriliyor.

Alan(ABCD) = 24 br^2 olduğuna göre, k nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

ÇÖZÜM:



$$\text{Alan}(ABC) = \frac{24}{2} = 12 \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{r} -1 \cdot 3 - 5 \cdot 0 \\ 5 \cdot k - 7 \cdot (-1) \\ 7 \cdot (-1) - (-1) \cdot k \\ \hline L \end{array} \quad \begin{array}{r} -3 \\ k \\ 0 \\ \hline K \end{array}$$

$$\text{Alan}(ABC) = \frac{|5k - 3 - 21 + k|}{2}$$

$$12 = |3k - 12|$$

$$3k - 12 = \pm 12, \quad k = 8 \text{ veya } k = 0$$

k nın alacağı değerler toplamı: $8 + 0 = 8$ dir.

(Cevap D)

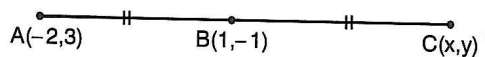
ÖRNEK:

Analitik düzlemde, $A(-2, 3)$ noktasının $B(1, -1)$ noktasına göre simetriği olan C noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(4, -5)$ B) $(4, -4)$ C) $(4, -3)$
D) $(3, -5)$ E) $(3, -4)$

ÇÖZÜM:

A noktasının B noktasına göre simetriği C ise $|AB| = |BC|$ dir.



$$\frac{x-2}{2} = 1 \text{ ise } x = 4$$

$$\frac{y+3}{2} = -1 \text{ ise } y = -5$$

$C(4, -5)$ dir.

(Cevap A)

NOKTANIN ANALİTİĞİ

UYARI:

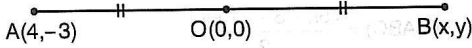
$A(x_1, y_1)$ noktasının $B(a, b)$ noktasına göre simetriği $C(2a-x_1, 2b-y_1)$ noktasıdır.

ÖRNEK:

Analitik düzlemde, $A(4, -3)$ noktasının orijine göre simetriği olan B noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (4, 3) B) (-4, -3) C) (-3, 4)
D) (3, -4) E) (-4, 3)

ÇÖZÜM:



$$\frac{x+4}{2} = 0 \text{ ise } x = -4 \text{ ve } \frac{y-3}{2} = 0 \text{ ise } y = 3$$

Buna göre, $B(-4, 3)$ tür.

(Cevap E)

UYARI:

$A(x_1, y_1)$ noktasının orijine göre simetriği $B(-x_1, -y_1)$ noktasıdır.

ÖRNEK:

Analitik düzlemde, $A(3, 2)$ noktasının x eksenine göre simetriği olan B noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2, 3) B) (3, -2) C) (-3, 2)
D) (-2, 3) E) (-3, -2)

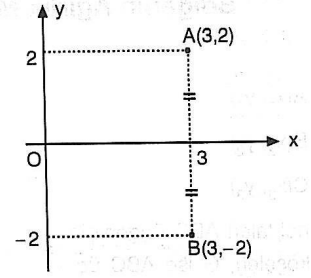
ÇÖZÜM:

$A(3, 2)$ noktasının

x eksenine göre

simetriği

$B(3, -2)$ dir.



(Cevap B)

UYARI:

$A(x_1, y_1)$ noktasının x eksenine göre simetriği $B(x_1, -y_1)$ noktasıdır.

ÖRNEK:

Analitik düzlemde, $A(2, 1)$ noktasının y eksenine göre simetriği olan B noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 2) B) (-2, 1) C) (2, -1)
D) (1, -2) E) (-2, -1)

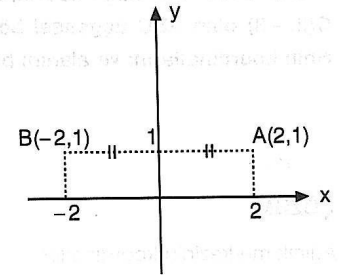
ÇÖZÜM:

$A(2, 1)$ noktasının

y eksenine göre

simetriği

$B(-2, 1)$ dir.



(Cevap B)

UYARI:

$A(x_1, y_1)$ noktasının y eksenine göre simetriği $B(-x_1, y_1)$ noktasıdır.

NOKTANIN ANALİTİĞİ

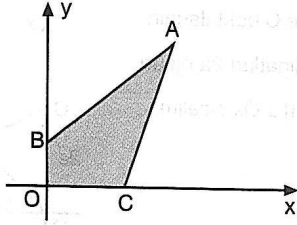
ÖRNEK:

Analitik düzlemde,

A(5, 6)

B(0, 2)

C(3, 0)



olduğuna göre **ABOC** dörtgensel bölgesinin alanı kaç br^2 dir?

- A) 18 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

ÇÖZÜM:

[AH] \perp Ox

[AK] \perp Oy ve

[AO] çizelim.

|AK| = 5 br

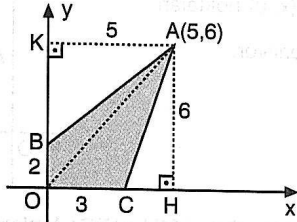
|AH| = 6 br

|BO| = 2 br

|OC| = 3 br

$$\begin{aligned} \text{Alan}(ABOC) &= \frac{2 \cdot 5}{2} + \frac{3 \cdot 6}{2} \\ &= 14 \text{ br}^2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

(Cevap D)



ÇÖZÜM:

[AH] \perp Ox çizelim.

|OH| = 4 br, |HC| = 3 br, |AH| = 6 br

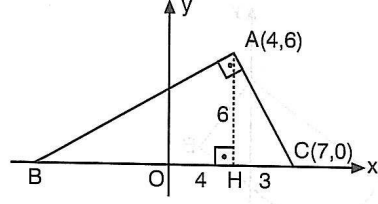
ABC dik üçgeninde öklit bağıntısından

$$6^2 = |BH| \cdot 3$$

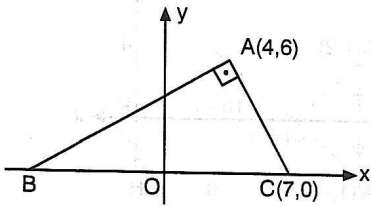
|BH| = 12 br ise |OB| = 8 br

B noktasının apsisi (-8) dir.

(Cevap D)



ÖRNEK:



Analitik düzlemde, [AB] \perp [AC], A(4, 6), B(7, 0) olduğuna göre, **B** noktasının apsisi kaçtır?

- A) -5 B) -6 C) -7 D) -8 E) -9

ÇÖZÜM:

[BH] \perp Oy çizelim.

|AB| = |AD| ise

$\triangle AHB \cong \triangle DOA$

|OA| = |BH| = 4 br

|AH| = |OD| = 6 br

D noktasının apsisi 6 dir.

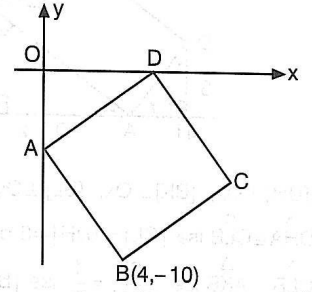
(Cevap C)

ÖRNEK:

Analitik düzlemde,

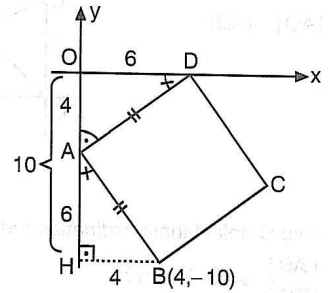
ABCD kare

B(4, -10)



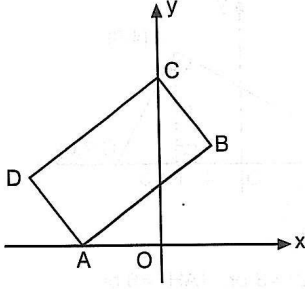
olduğuna göre, **D** noktasının apsisi kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



NOKTANIN ANALİTİĞİ

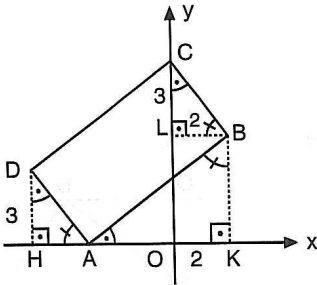
ÖRNEK:



Analitik düzlemde ABCD dikdörtgen, $|AB|=2|AD|$ B noktasının apsisi 2, D noktasının ordinatı 3 olduğuna göre, **C noktasının ordinatı kaçtır?**

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

ÇÖZÜM:



$[DH] \perp Ox$, $[BK] \perp Ox$, $[BL] \perp Oy$ çizelim.

$\triangle DHA \cong \triangle CLB$ ise $|CL| = |DH| = 3$ br

$\triangle CLB \sim \triangle AKB$ ise $\frac{|CL|}{|BK|} = \frac{1}{2}$ ise $|BK| = |LO| = 4$ br

C noktasının ordinatı 7 dir.

(Cevap C)

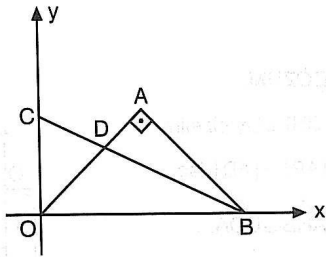
ÖRNEK:

Analitik düzlemde,

$[AO] \perp [AB]$

C, D, B doğrusal

$|AO| = |AB|$



A ve C noktalarının ordinatları birbirine eşit olduğuna göre,

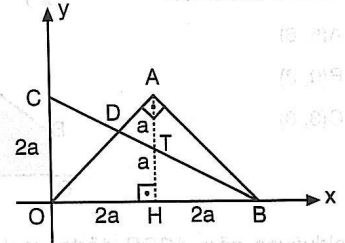
$\frac{|AD|}{|DO|}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

ÇÖZÜM:

A ve C noktalarının ordinatları $2a$ olsun.

$[AH] \perp Ox$ çizelim.



$|AH| = |OH| = |HB| = |OC| = 2a$

OCB üçgeninde [TH] orta taban ise $|TH| = a$, $|AT| = a$

$\triangle COD \sim \triangle TAD$ ise $\frac{|AD|}{|DO|} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$ dir.

(Cevap B)

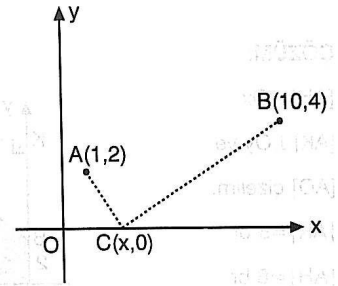
ÖRNEK:

Analitik düzlemde,

$A(1, 2)$, $B(10, 4)$

$C(x, 0)$ noktaları

veriliyor.

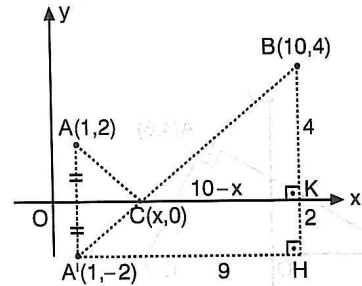


Buna göre, $|AC| + |BC|$ toplamının **en küçük değeri için x aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?**

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

ÇÖZÜM:

$|AC| + |BC|$ nin en küçük olması için A noktasının x eksenine göre simetriği olan A' noktası ile C ve B noktaları doğrusal olmalıdır.



$|CK| = 10 - x$, $|BK| = 4$ br, $|KH| = 2$ br, $|A'H| = 9$ br,

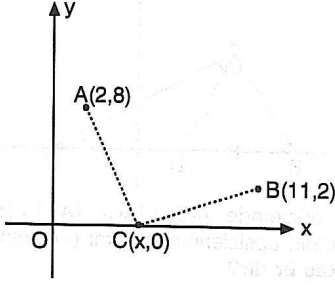
$\triangle BCK \sim \triangle BA'H$ ise $\frac{4}{6} = \frac{10-x}{9}$

$x = 4$ tür.

(Cevap C)

NOKTANIN ANALİTİĞİ

ÖRNEK:



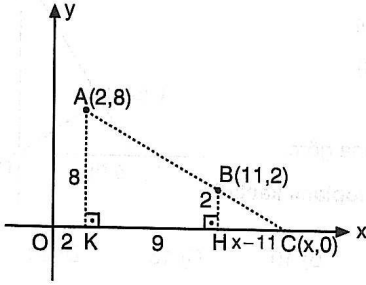
Analistik düzlemde, $A(2, 8)$, $B(11, 2)$ ve $C(x, 0)$ noktaları veriliyor.

Buna göre, $||AC| - |BC||$ ifadesinin en büyük değeri için x aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

- A) 5 B) 7 C) 12 D) 14 E) 15

ÇÖZÜM:

$||AC| - |BC||$ nin en büyük olması için A, B, C noktaları doğrusal olmalıdır.



$$|AK| = 8 \text{ br}, \quad |OK| = 2 \text{ br}, \quad |KH| = 9 \text{ br}$$

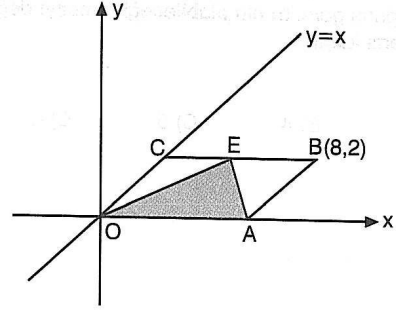
$$|BH| = 2 \text{ br}, \quad |HC| = x - 11$$

$$\triangle CBH \sim \triangle CAK \text{ ise } \frac{x-11}{x-2} = \frac{2}{8}$$

$$x = 14 \text{ tür.}$$

(Cevap D)

ÖRNEK:

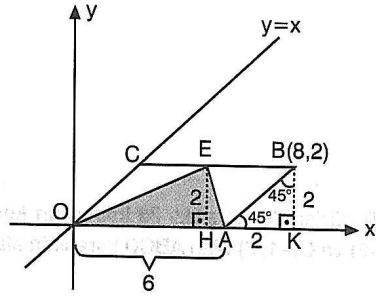


OABC paralelkenarının [OC] kenarı $y=x$ doğrusu üzerindedir.

$B(8,2)$ olduğuna göre, Alan(OEA) kaç birimkaredir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

ÇÖZÜM:



$y=x$ doğrusunun eğim açısı 45° ise

$m(\widehat{COA}) = m(\widehat{BAK}) = 45^\circ$ dir.

[BK] \perp Ox çizelim.

B noktasının ordinatı 2 ise

$$|BK| = |AK| = 2 \text{ br}$$

B noktasının apsisi 8 ise

$$|OK| = 8 \text{ br}, \quad |OA| = 8 - 2 = 6 \text{ br}$$

[EH] \perp Ox çizelim.

$$|EH| = |BK| = 2 \text{ br}$$

$$\text{Alan(OEA)} = \frac{6 \cdot 2}{2} = 6 \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

(Cevap B)