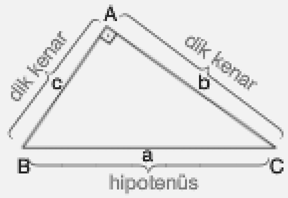
11.SINIF TEMEL MATEMATİK DİK ÜÇGEN

DİK ÜÇGEN / PİSAGOR BAĞINTISI



ABC dik üçgeninde

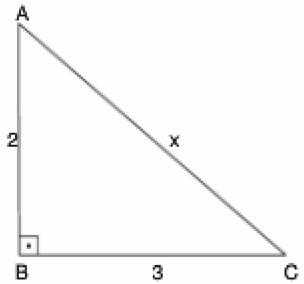
$|AC| = b$, $|AB| = c$ } Dik kenarlar

$|BC| = a$ } Hipotenüs

olarak adlandırılır.

90° nin karşısındaki kenarın karesi (hipotenüsün karesi) diğer iki kenarın karelerinin toplamına eşittir.

Dik üçgenin kenarları arasında pisagor bağıntısı dediğimiz $a^2 = b^2 + c^2$ bağıntısı vardır.



Şekilde verilenlere göre, $|AC| = x$ kaç birimdir?

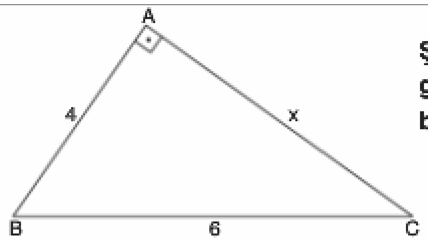
Çözüm

Hipotenüsün karesi dik kenarların karelerinin toplamına eşittir. Buradan $x^2 = 2^2 + 3^2$ eşitliğinden

$x^2 = 4 + 9$

$x^2 = 13$ (her iki tarafın karekökü alınırsa)

$\sqrt{x^2} = \sqrt{13}$ den $x = \sqrt{13}$ bulunur.



Şekilde verilenlere göre $|AC| = x$ kaç birimdir?

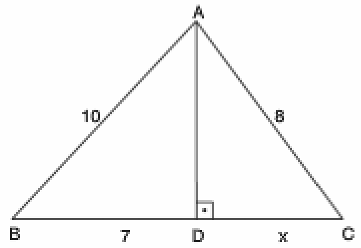
Çözüm

Hipotenüsün karesi dik kenarların karelerinin toplamına eşittir.

$6^2 = 4^2 + x^2$

$36 = 16 + x^2 \Rightarrow 20 = x^2$ her iki tarafın karekökü alınırsa

$\sqrt{20} = \sqrt{x^2} \Rightarrow 2\sqrt{5} = x$



Şekilde verilenlere göre, |DC| = x kaç birimdir?

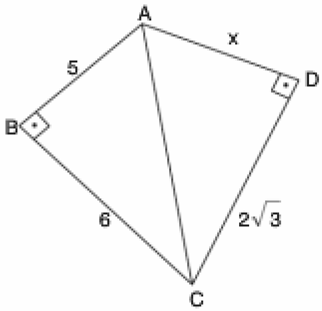
Çözüm

ABD üçgeninde

$$|AD|^2 + 7^2 = 10^2$$
$$|AD|^2 + 49 = 100$$
$$|AD|^2 = 51$$
$$\sqrt{|AD|^2} = \sqrt{51}$$
$$|AD| = \sqrt{51}$$

ADC üçgeninde,

$$|AD|^2 + x^2 = 8^2$$
$$\sqrt{51}^2 + x^2 = 8^2$$
$$51 + x^2 = 64$$
$$x^2 = 13 \Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{13}$$
$$x = \sqrt{13}$$



Şekilde verilenlere göre, |AD| = x kaç birimdir?

Çözüm

ABC üçgeninde |AC| bulunur.

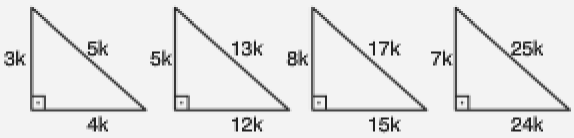
$$|AC|^2 = 5^2 + 6^2$$
$$|AC|^2 = 25 + 36$$
$$|AC|^2 = 61$$
$$\sqrt{|AC|^2} = \sqrt{61}$$
$$|AC| = \sqrt{61}$$

ACD üçgeninden x'e ulaşılır

$$|AC|^2 = x^2 + (2\sqrt{3})^2$$
$$(\sqrt{61})^2 = x^2 + (2\sqrt{3})^2$$
$$61 = x^2 + 12$$
$$49 = x^2$$
$$\sqrt{49} = \sqrt{x} \Rightarrow x = 7 \text{ bulunur.}$$

ÖZEL DİK ÜÇGENLER

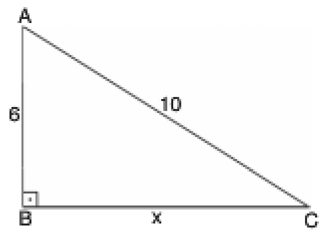
Aşağıda verilen özel üçgenleri ezbere bilmemiz, birçok soruda pisagor uygulamaya gerek kalmadan kenar uzunluğu bulma işlemimizi kolaylaştıracaktır.



3 – 4 – 5	5 – 12 – 13	8 – 15 – 17	7 – 24 – 25
6 – 8 – 10	10 – 24 – 26	16 – 30 – 34	14 – 48 – 50
9 – 12 – 15	⋮	⋮	⋮
⋮			

Ayrıca bu özel üçgenlerin kenarlarının katlarının da birer özel üçgen olduğuna dikkat edelim.

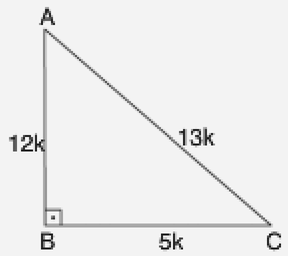
- En uzun kenar her zaman hipotenüstür.



Şekilde verilenlere göre, |BC| = x kaç birimdir?

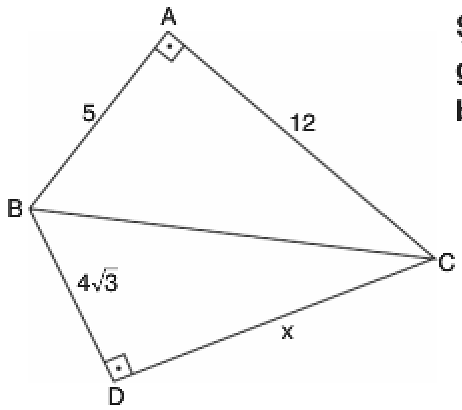
Çözüm

Şekildeki dik üçgen 3 – 4 – 5 özel üçgeninin 2 katı olan 6 – 8 – 10 üçgenidir. O halde x = 8 dir.



Pisagor bağıntısı sağlayan bir diğer özel sayılarımız (5,12,13)'dür. Dik kenarlar 5, 12 ve katları iken hipotenüs 13 ve katları olabilir.

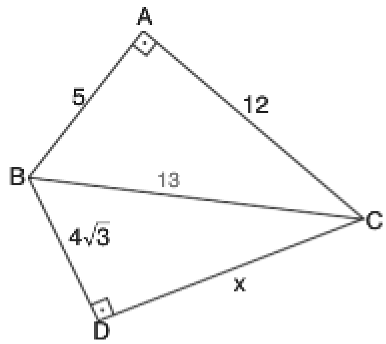
(5k,12k,13k) üçgeninde
k = 1 için özel üçgen 5,12,13 üçgeni
k = 2 için özel üçgen 10,24,26 üçgeni
k = 5 için özel üçgen 25,60,65 üçgeni
k = 10 için özel üçgen 50,120,130 üçgeni olur.
Burada k yerine başka sayılar da yazılabilir.



Şekilde verilenlere göre, |DC| = x kaç birimdir?

Çözüm

ABC üçgeni 5–12–13 özel üçgenidir.
Yani |BC| = 13 birimdir.
BDC üçgeni özel bir üçgen olmadığından pisagor bağıntısını uygulamalıyız.

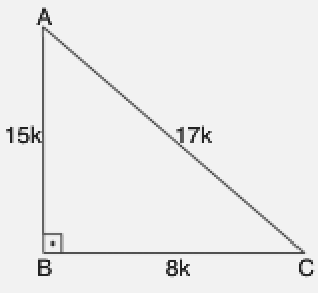


$|BC|^2 = x^2 + (4\sqrt{3})^2$

$13^2 = x^2 + 48$

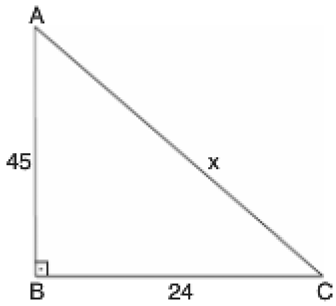
$169 = x^2 + 48$

$121 = x^2 \Rightarrow \sqrt{121} = \sqrt{x^2} \Rightarrow 11 = x$ bulunur.



Pisagor bağıntısını sağlayan bir diğer özel sayılar (8,15,17) dir. Dik kenarlar 8, 15 ve katları iken hipotenüs 17 ve katları olabilir.

(8k, 15k, 17k) üçgeninde
k = 1 için özel üçgen 8-15-17 üçgeni,
k = 2 için özel üçgen 16, 30, 34 üçgeni,
k = 5 için özel üçgen 40, 75, 85 üçgeni olabilir.
Burada k yerine başka sayılarda yazılabilir.

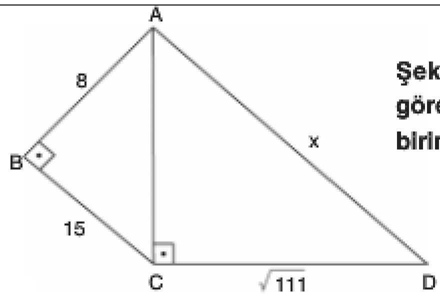


ABC üçgeninde,

IACI = x kaç birimdir?

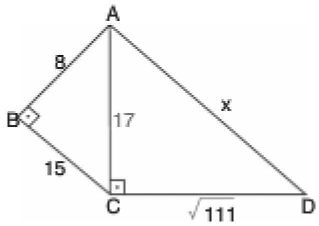
Çözüm

Şekildeki ABC dik üçgeni 8–15–17 özel üçgeninin 3 katı olan 24–45–51 özel üçgenidir. Yani x = 51 birimdir.



Şekilde verilenlere göre, IADI = x kaç birimdir?

Çözüm



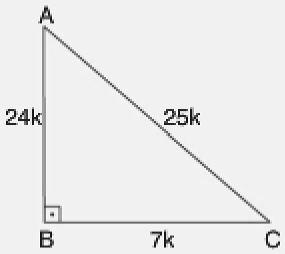
ABC dik üçgeni 8–15–17 özel üçgenidir. O halde IACI = 17 birimdir.
ACD üçgeninde pisagor bağıntısını uygularsak

$$|AD|^2 = |AC|^2 + |CD|^2$$

$$x^2 = 17^2 + (\sqrt{111})^2$$

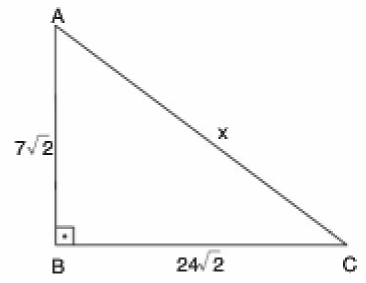
$$x^2 = 289 + 111 \Rightarrow x^2 = 400$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{400} \Rightarrow x = 20 \text{ bulunur.}$$



Pisagor bağıntısını sağlayan bir diğer özel sayılar (7, 24, 25) dir. Dik kenarlar 7, 24 ve katları iken hipotenüs 25 ve katları olabilir.

(7k, 24k, 25k) üçgeninde
k = 1 için özel üçgen (7, 24, 25) üçgeni
k = 2 için özel üçgen (14, 48, 50) üçgeni olabilir.
k = 6 için özel üçgen (42, 144, 150) üçgeni olabilir.
Burada k yerine başka sayılarda yazılabilir.

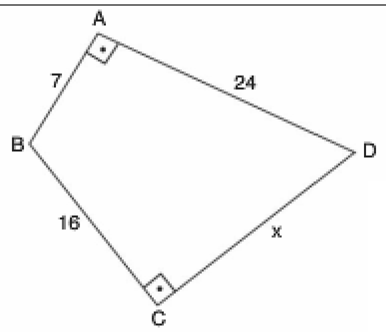


Şekilde verilenlere göre, |AC| = x kaç birimdir?

Çözüm

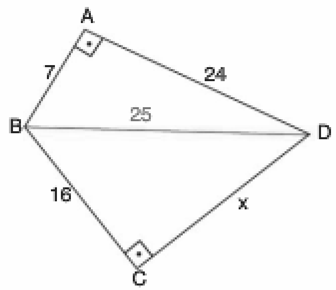
Şekildeki ABC dik üçgeni 7–24–25 özel üçgeninin $\sqrt{2}$ katı olan $7\sqrt{2} - 24\sqrt{2} - 25\sqrt{2}$ özel üçgenidir.

O halde $x = 25\sqrt{2}$ birimdir.



Şekilde verilenlere göre, |CD| = x kaç birimdir?

Çözüm



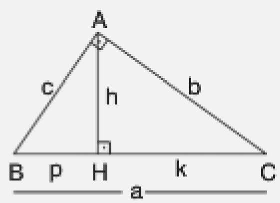
Verilen şeklide BD doğru parçası çizilirse oluşan ABD dik üçgeni 7–24–25 özel üçgeni olduğundan |BD|= 25 birim olur.

BCD özel üçgen olmadığından pisagor kullanılırsa $|BD|^2 = |BC|^2 + |CD|^2$

$25^2 = 16^2 + x^2$ ve $625 = 256 + x^2$

$369 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{369} \Rightarrow x = \sqrt{9.41} \Rightarrow x = 3\sqrt{41}$ bulunur.

ÖKLİT BAĞINTILARI

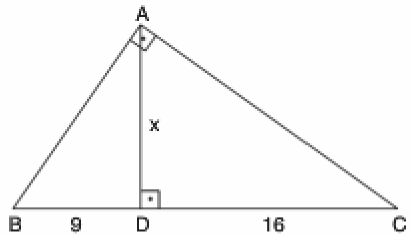


Bir dik üçgende 90° nin olduğu köşeden hipotenüse dikme indirilmişse öklid bağıntısı uygulanabilir. Öklidin üç temel bağıntısı vardır. Şimdi bunlara sırasıyla bakacağız. Bunlardan ilk bağıntı;

$h^2 = p \cdot k$

Dik üçgende dik olan açıdan indirilen dikmenin uzunluğunun karesi hipotenüste ayırdığı iki parçanın çarpımına eşittir.

* Bir üçgende dik açıdan dikme indirilmişse dik inilmişse öklid bağıntısı vardır diyebiliriz.



Şekilde verilenlere göre, |AD| = x kaç birimdir?

Çözüm

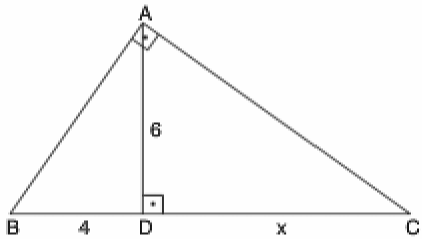
ABC üçgeninde dik açıdan dik inildiği için öklid bağıntısı uygulanabilir.

$x^2 = 9.16$ dan

$x^2 = 144$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{144}$

$x = 12$ bulunur.



Şekilde verilenlere göre, |DC| = x kaç birimdir?

Çözüm

ABC üçgeninde dik açıdan dik inildiği için öklid bağıntısı uygulanabilir.

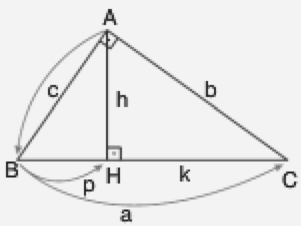
$6^2 = 4.x$ den

$36 = 4x$

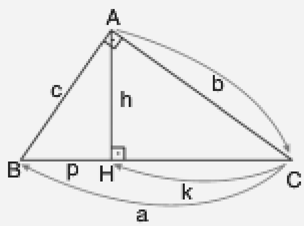
$x = 9$ bulunur.

ÖKLİT BAĞINTILARI

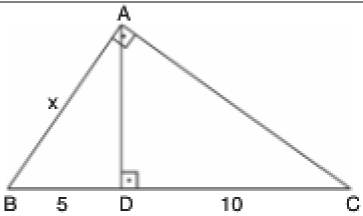
Dik üçgende dik köşeden indirilen dikmeyle oluşan şekilde, dik kenarlardan birinin karesi, dik köşeden inilen dikmenin kendi tarafında kalan parçayla hipotenüsün çarpımına eşittir.



$c^2 = p.a$

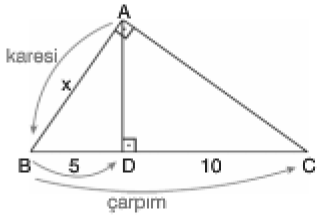


$b^2 = k.a$



Şekilde verilenlere göre, |AB| = x kaç birimdir?

Çözüm



ABC üçgeninde dik açıdan dik inildiği için öklid bağıntısı uygulanabilir.

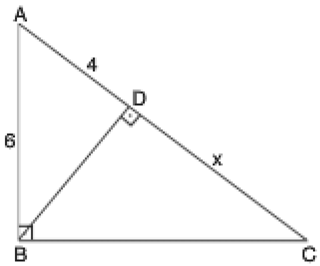
$x^2 = 5.(5+10)$

$x^2 = 5.15$

$x^2 = 75$

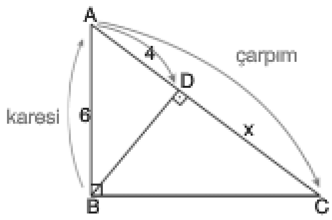
$\sqrt{x^2} = \sqrt{75}$

$x = 5\sqrt{3}$ bulunur.



Şekilde verilenlere göre, |DC| = x kaç birimdir?

Çözüm



ABC üçgeninde dik açıdan dik inildiği için öklid uygulanabilir.

$6^2 = 4(4 + x)$

$36 = 16 + 4x$

$20 = 4x$

$x = 5$ bulunur.